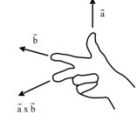
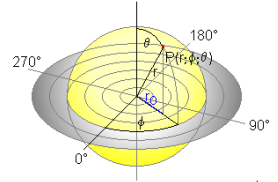


Vektorprodukt

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi(\vec{a}, \vec{b}) \quad \vec{a} \perp (\vec{a} \times \vec{b}) \perp \vec{b}$$


Kugelkoordinaten

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi \\ r \cdot \sin \vartheta \cdot \sin \varphi \\ r \cdot \cos \vartheta \end{pmatrix} \quad \det J_\varphi = r^2 \sin \vartheta \quad \vec{d}\sigma = r^2 \sin \vartheta \cdot d\vartheta \cdot d\varphi \cdot \vec{e}_r$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \vartheta = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \varphi = \arccos \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$


komplexe Exp.-Funktion.

$$e^{x+jy} = e^x + e^{jy} \quad e^{jy} = \cos y + j \sin y \quad \cos(z) = \frac{1}{2}(e^{jz} + e^{-jz}) \quad \sin(z) = \frac{1}{2j}(e^{jz} - e^{-jz})$$

Maxwellschen Gleichungen

$$\oint_{C_0} \vec{H} \cdot d\vec{s} = I = \underbrace{\int_A \vec{j} \cdot d\vec{A}}_{\text{Leitungsstrom}} + \underbrace{\frac{d}{dt} \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A}}_{\text{Verschiebungsstrom}} \quad \oint_{C_0} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \oint_{A_0} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \oint_{A_0} \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q = \int_V \rho \cdot dV$$

Konstanten

$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} \quad \mu_0 = 12,566 \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \quad c_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \quad Z_{F0} = 120 \pi \approx 377 \Omega$$

HEW

$$\vec{E} = E_0 \cdot e^{-j\vec{k}\vec{r}} \cdot \vec{e}_E \quad E_0 = |E_0| \cdot e^{j\varphi_{E0}} \quad \vec{E}(\vec{r}, t) = \Re(E_0 \cdot e^{-j\vec{k}\vec{r}} \cdot e^{j\omega t}) \cdot \vec{e}_E = \Re(|E_0| \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_{E0})}) \cdot \vec{e}_E$$

$$\vec{H} = H_0 \cdot e^{-j\vec{k}\vec{r}} \cdot \vec{e}_H \quad H_0 = |H_0| \cdot e^{j\varphi_{H0}} \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \Re(H_0 \cdot e^{-j\vec{k}\vec{r}} \cdot e^{j\omega t}) \cdot \vec{e}_H = \Re(|H_0| \cdot e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_{H0})}) \cdot \vec{e}_H$$

$$|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} = \omega \cdot \sqrt{\mu \cdot \epsilon} \quad \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = Z_F = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad \vec{E} = Z_F \cdot (\vec{H} \times \vec{e}_k) \quad \vec{H} = \frac{1}{Z_F} (\vec{e}_k \times \vec{E}) \quad \vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{k} \perp \vec{E}$$

Dämpfung I

$$\vec{k} \in \mathbb{C} \rightarrow \vec{k} = \vec{\beta} + j\vec{\alpha} \rightarrow e^{-j\vec{k}\vec{r}} = e^{-\vec{\alpha}\vec{r}} \cdot e^{-j\vec{\beta}\vec{r}} \quad |\vec{\alpha}| \approx \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_{rD}}} \cdot \chi_{\text{Leitf.}} \quad |\vec{\beta}| \approx \omega \cdot \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \cdot \sqrt{\epsilon_{rD}}$$

Dämpfung II

$$l_{[db]} = 10 \cdot \lg L \quad L = 10^{\frac{l_{[db]}}{10}} \quad P_E = P_S \cdot \frac{G_S}{L_S} \cdot \frac{1}{L_U} \cdot \frac{G_E}{L_E} \quad \frac{1}{L_U} = \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \quad d_{ges} = g_S - l_S - l_u + g_E - l_E$$

Poynting-Vektor

$$\vec{S} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial A} \quad \vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{E} \times \vec{H}^*) = \frac{1}{2} \frac{|\vec{E}|^2}{Z_F} \vec{e}_k \quad \vec{P} = \int_A \vec{S} \cdot d\vec{A} \quad \vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \times \vec{H}(\vec{r}, t)^*$$

Antennengewinn
Sendeleistung

$$G_S = \frac{S_{\max}(r, \vartheta, \varphi)}{S_k(r)} \quad S_k(r) = \frac{P_{SK}}{4\pi r^2} \quad P_S = \oint_A \vec{S} \cdot d\vec{A} \quad P_S = \frac{P_0}{2} \quad \vec{E}(r) = \sqrt{\frac{Z_F \cdot P_S}{2\pi}} \cdot \frac{1}{|\vec{r}|} \cdot e^{-j\vec{k}\vec{r}} \vec{e}_k$$

Fernfeld eines
Einzelstrahlers

"Faustformel": Nahfeld, wenn $r < \lambda$; Fernfeld, wenn $r > 10\lambda$

$$E_{e\vartheta} = j \cdot \frac{Z_F \cdot I \cdot dl}{2\lambda r} \cdot e^{-jkr} \cdot \sin \vartheta \quad H_{e\varphi} = j \cdot \frac{k \cdot I \cdot dl}{4\pi r} \cdot e^{-jkr} \cdot \sin \vartheta \quad H_{e\varphi}^* = -j \cdot \frac{k \cdot I \cdot dl}{4\pi r} \cdot e^{+jkr} \cdot \sin \vartheta$$

Gruppenantenne

$$E_{G\vartheta}(r, \vartheta, \varphi) = E_{e\vartheta}(r, \vartheta, \varphi) \cdot F(\vartheta, \varphi) \quad F(\vartheta, \varphi) = \frac{\sin\left(\frac{m \cdot v}{2}\right)}{\sin\left(\frac{v}{2}\right)} \quad \text{horiz.: } \sin \vartheta_{\max} = -\delta \cdot \frac{\lambda}{2\pi d}$$

$$m = 2N + 1 \quad \Psi_n = n \cdot \delta \quad \Delta r_n = n \cdot d \cdot \sin \vartheta_n$$

$$\text{horiz. Anordnung: } v = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \sin \vartheta \cdot \cos \varphi + \delta \quad \text{vert. Anordnung: } v = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d \cdot \cos \vartheta \cdot \sin \varphi + \delta$$

Reflexion

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}} = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k} \quad n = \frac{c}{v} = \frac{k}{k_0} = \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r} \quad \frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{k_2}{k_1} \quad Z_F = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = Z_{F0} \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

$$\vec{E}_1 \parallel (\vec{n} \times \vec{e}_k) \Rightarrow |\vec{E}_{2\parallel}| = \Gamma_{\parallel} \cdot |\vec{E}_1| \quad \vec{E}_1 \perp (\vec{n} \times \vec{e}_k) \Rightarrow |\vec{E}_{2\perp}| = \Gamma_{\perp} \cdot |\vec{E}_1|$$

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{Z_{F2} \cdot \cos \vartheta_2 - Z_{F1} \cdot \cos \vartheta_1}{Z_{F2} \cdot \cos \vartheta_2 + Z_{F1} \cdot \cos \vartheta_1} \quad \Gamma_{\perp} = \frac{Z_{F2} \cdot \cos \vartheta_1 - Z_{F1} \cdot \cos \vartheta_2}{Z_{F2} \cdot \cos \vartheta_1 + Z_{F1} \cdot \cos \vartheta_2}$$

Für $\epsilon_{r1} = \mu_{r1} = \mu_{r2} = 1$ gilt: $\Gamma_{\parallel} = \frac{\sqrt{\epsilon_{r2} - \sin^2 \vartheta_1} - \epsilon_{r2} \cdot \cos \vartheta_1}{\sqrt{\epsilon_{r2} - \sin^2 \vartheta_1} + \epsilon_{r2} \cdot \cos \vartheta_1} \quad \Gamma_{\perp} = \frac{\cos \vartheta_1 - \sqrt{\epsilon_{r2} - \sin^2 \vartheta_1}}{\cos \vartheta_1 + \sqrt{\epsilon_{r2} - \sin^2 \vartheta_1}}$

Beugung

$$\vec{E}_{2\uparrow}(\vec{r}) = \vec{E}_{1\downarrow}(\vec{r}_1) \cdot D_{\perp} \cdot A_D \cdot e^{-jkr_2} \quad D_{\perp} = D(\varphi_2 - \varphi_1) + D(\varphi_2 + \varphi_1) \quad \text{Beachte: } \varphi_1 = \phi' \quad \varphi_2 = \phi$$

$$\vec{E}_{2\otimes}(\vec{r}) = \vec{E}_{1\otimes}(\vec{r}_1) \cdot D_{\parallel} \cdot A_D \cdot e^{-jkr_2} \quad D_{\parallel} = D(\varphi_2 - \varphi_1) - D(\varphi_2 + \varphi_1)$$

$$A_D = \frac{1}{\sqrt{r_2}} \quad \text{bzw.} \quad A_D = \sqrt{\frac{r_1}{r_2(r_1 + r_2)}} \quad \text{bei Kugelwellen}$$

Innenecke: $n = 0,5$ Außenecke: $n = 1,5$ Spitze: $n = 2$

Rice-Verteilung

$$f(|U_r|) = \frac{|U|}{P_{0N}} \cdot e^{-\frac{|U_{LOS}|^2 + |U_r|^2}{2P_{0N}}} \cdot I_0\left(\frac{|U_{LOS}| \cdot |U_r|}{P_{0N}}\right) \quad I_0 \text{ ist eine modifizierte Besselfunktion 0. Ordnung.}$$

Rayleigh-
Verteilung

$$f(|U_r|) = \frac{|U|}{P_{0N}} \cdot e^{-\frac{|U_r|^2}{2P_{0N}}} \quad P_{0N} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^N |\bar{U}_i|^2$$

Gauß-Verteilung

$$f(|U_r|) = \frac{1}{\sqrt{2\pi P_{0N}}} \cdot e^{-\frac{(|U_r| - |U_d|)^2}{2P_{0N}}}$$

Okumara-Hata-
Modell

+andere Modelle (Siehe Folie 6.1.1, 05.07.2006)

Brewster-Winkel